EXERCICE N°1

On définie les suites (u_n) et (v_n) par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ v_0 = 2 \end{cases}$ et $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2v_n}{3} \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 4v_n}{5} \end{cases}$ pour $n \geq 0$

On pose $w_n = v_n - u_n$ pour tout entier naturel n.

1/a) Démontrer que la suite (w_n) est géométrique

b) Exprimer w_n en fonction de n et préciser la limite de la suite (w_n)

2/a) Exprimer $u_{n+1} - u_{n+1}$ et $v_{n+1} - v_n$ en fonction de w_n

b) En déduire le sens de variation des suites (u_n) et (v_n)

3/ Montrer que les suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes et qu'elles convergent vers la limite L

4/ On pose : $t_n = 3u_n + 10v_n$

a) Montrer que la suite (t_n) est constante

b) En déduire la valeur de L

EXERCICE N°2

1/a) Mettre sous forme algébrique : $\left(\sqrt{3} - 3i\right)^2$

b) Résoudre dans C l'équation : $z^2 - \left(\sqrt{3} + i\right)z + 2 + 2\sqrt{3}\,i = 0$

2/ Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives 2i et $\sqrt{3} - i$.

a) Ecrire sous forme trigonométrique les nombres complexes 2i et $\sqrt{3} - i$.

b) Placer, dans le plan P les points A et B

c) Soit C le point du plan tel que : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB}$. Déterminer l'affixe du point C

d) Montrer que le point C appartient au cercle de centre O et passant par A.

e) Montrer que le quadrilatère OACB est un losange.

EXERCICE N°3

Soit les équations (E) : (z² - (5+2i)z + 4 + 2i) = 0 et (E') : (z² - 2(2-2i)z - 4 – 8i) où z un nombre complexe.

1/a- Donner les racines carrées du complexe 5 + 12i.

b- Résoudre dans □ , les équations (E) et (E').

2/ Dans le plan complexe P muni d'un R.O.N (O $\vec{u}, \vec{v}$) on considère les points A(-2i) ; B(4-2i) ; C(4+2i) et D(1).

a- Placer les points A,B,C et D (unité 1 cm).

b- Préciser la nature du triangle ABC.

c- Soit E le point tel que : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$. Déterminer l'affixe de E.

d- Quelle est la nature du quadrilatère BAEC.

3/ A tout point M d'affixe z distinct de A on fait associes le point M' d'affixe z' = $\dfrac{z-(4+2i)}{z+2i}$.

a- Déterminer l'ensemble : E = $\{M(z)/|z'|=1\}$.

b- Déterminer l'ensemble : F = $\{M(z)/z' \in i\mathbb{R}\}$.

4/a- Montrer que $\forall z \neq -2i$ on a : (z' – 1)(z + 2i) = - 4 - 4i.

b- Donner le module est un argument de - 4 – 4i .

c- En déduire que DM'.AM = $4\sqrt{2}$ et que $(\vec{u},\overrightarrow{DM'})+(\vec{u},\overrightarrow{AM}) \equiv \dfrac{5\pi}{4}[2\pi]$.

5/ On suppose que $M \in \zeta_{(A;2\sqrt{2})}$. Déterminer et construire l'ensemble où varie le point M'.

Exercice N°4

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse proposée est exacte.
L'exercice consiste à cocher la réponse exacte sans justification.

1/ Si f est continue et strictement décroissante sur $[1,8]$ et si $f([1;8])=[-1,8]$ alors :

☐ f(1)= -1 et f(8)=8 ☐ -1< f(1) <8 ☐ f(1)=8 et f(8)= -1

2/ Si f est continue sur $[-2,2]$ et si $f([-2,2])=[-5,-3]$ alors l'équation f(x)=0

☐ n'admet pas de solution dans $[-2,2]$ ☐ admet au moins une solution ☐ admet une unique solution

3/ Si f est strictement croissante non majorée sur $]3,+\infty[$ alors :

☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

4/ Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et $g(x)=\cos(\frac{1}{x})-f(x)$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ est égale à

☐ $+\infty$ ☐ 0 ☐ $-\infty$